PUNGGAWA
GLOBAL RESEARCH:
JURNAL MULTIDISIPLIN

Punggawa Global Research: Jurnal Multidisiplin
Volume 1, Nomor 6, 2026
E-ISSN: 3164-0117
Open Access: punggawajournal.com/pgr

Contoh dan Bukan Contoh sebagai Jendela Pemahaman Konsep Matematika

Syahrullah Asyari[1], Nurdin Arsyad[2], Syafruddin Side[3], Alimuddin[4], Nathaniel Lucky Mangngesak[5]
[1-5] Universitas Negeri Makassar, Indonesia
Korespondensi: syahrullah_math@unm.ac.id

Informasi Artikel

Riwayat artikel:
Received Sept 23th, 2026
Revised Nov 1th, 2026
Accepted Nov 9th, 2026

Keyword:
Persamaan kuadrat; Klasifikasi matematis; Alasan matematis; Citra konsep; Asesmen diagnostik

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan mengungkap pemahaman konsep matematika melalui klasifikasi, penjelasan, dan pembentukan contoh serta bukan contoh persamaan kuadrat. Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan empat kasus peserta didik kelas IX di salah satu SMP Negeri di Makassar yang dipilih untuk analisis melalui *purposive sampling*. Data primer dikumpulkan melalui tugas tertulis dan wawancara semi terstruktur. Analisis dilakukan secara interaktif melalui kondensasi data, penyajian data, serta penarikan dan verifikasi kesimpulan. Kredibilitas temuan diperiksa dengan membandingkan jawaban tertulis dan penjelasan lisan peserta yang sama. Hasil menunjukkan tiga pola: keterikatan pada tampilan simbolis yang dikenal, ketepatan klasifikasi yang belum selalu disertai alasan memadai, dan ketidakkonsistenan antara pengenalan dan pembentukan contoh. Sebagian peserta menggunakan letak angka nol, keberadaan pangkat dua, atau susunan suku sebagai penentu keanggotaan konsep. Sebaliknya, penggunaan syarat yang benar pada satu tugas belum selalu diikuti penerapan yang konsisten pada tugas lain. Contoh yang sah juga dapat muncul bersama bukan contoh yang keliru. Temuan menunjukkan bahwa contoh dan bukan contoh menjadi bukti diagnostik ketika keputusan, alasan, dan variasi bentuk diperiksa secara bersamaan. Kesimpulan dibatasi pada pemahaman yang terungkap dalam kasus dan tugas yang diteliti.

© 2026 The Authors. Published by Punggawa Legacy Center. This is an open access article under the CC BY license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

PENDAHULUAN

Pemahaman konsep matematika tampak ketika peserta didik dapat menentukan apakah suatu objek memenuhi definisi, menjelaskan dasar keputusannya, dan menghasilkan objek lain yang memenuhi atau melanggar syarat tersebut. Ketiga aktivitas itu tidak selalu menghasilkan gambaran kemampuan yang sama. Peserta didik dapat mengenali bentuk yang sering dijumpai, tetapi belum mampu menjelaskan mengapa bentuk tersebut termasuk suatu konsep. Sebaliknya, penjelasan yang memuat istilah matematis belum tentu digunakan secara konsisten ketika peserta didik menghadapi bentuk yang berbeda. Hubungan antara mendefinisikan, menjelaskan, dan mengklasifikasikan menjadi penting karena penelitian Alcock dan Simpson (2017) menunjukkan bahwa jenis serta urutan tugas dapat memengaruhi respons peserta didik terhadap konsep.

Contoh dan bukan contoh menyediakan cara untuk menyelidiki hubungan tersebut. Contoh memperlihatkan objek yang memenuhi syarat suatu konsep, sedangkan bukan contoh memperjelas batas keanggotaannya. Bukan contoh dalam pengertian ini perlu dibedakan dari contoh penyangkal suatu pernyataan universal. Sebuah ekspresi tanpa tanda sama dengan dapat menjadi bukan contoh persamaan, tetapi tidak otomatis merupakan contoh penyangkal sebuah teorema. Zaslavsky (2019) menjelaskan beragam fungsi contoh dalam pembentukan konsep dan penalaran matematis. Penelitian

Avcu (2024) pada pembelajaran bilangan rasional juga memperlihatkan bahwa kehadiran bukan contoh perlu diperhatikan bersama kualitas penjelasan yang menyertainya.

Kerangka citra konsep dan definisi konsep membantu menjelaskan mengapa peserta didik dapat memberi keputusan yang berbeda dari kriteria matematis. Citra konsep mencakup struktur kognitif yang diasosiasikan seseorang dengan suatu konsep, sedangkan definisi konsep menyatakan batas formalnya (Tall & Vinner, 1981). Dalam konteks persamaan kuadrat, peserta didik mungkin mengasosiasikan konsep dengan susunan tiga suku yang selalu diawali x^2. Asosiasi itu belum memadai untuk mengenali $x^2 = 20$ atau $2x^2 - 5x = 0$. Keduanya merupakan persamaan kuadrat satu variabel meskipun tampilan awalnya tidak memuat seluruh suku dalam bentuk $ax^2 + bx + c = 0$.

Ruang contoh yang muncul melalui tugas juga memberikan informasi tentang keluwesan pemahaman. Akan tetapi, contoh yang dihasilkan merupakan respons terhadap kondisi tugas tertentu, sehingga tidak dapat dianggap sebagai seluruh pengetahuan yang dimiliki peserta didik. Kinnear et al. (2025) memperlihatkan perbedaan strategi dan keberhasilan menghasilkan contoh ketika tugas disajikan melalui kertas dan asesmen elektronik. Fahlgren et al. (2024) juga menemukan perbedaan ruang contoh pada dua konteks pendidikan. Temuan tersebut mengarahkan analisis pada sifat respons yang benar-benar tersedia, bukan pada dugaan bahwa peserta didik tidak memiliki pengetahuan hanya karena tidak menampilkannya dalam satu kesempatan.

Penelitian tentang contoh telah berkembang pada beragam materi dan jenjang. Popper dan Yerushalmy (2022) menggunakan contoh yang dibangun peserta didik sebagai informasi bagi keputusan pengajaran tentang segi empat. Fujita et al. (2019) menelaah proses mendefinisikan dan mengklasifikasikan segi empat melalui keputusan yang dibuat peserta didik dalam interaksi. Pada pembelajaran matematika perguruan tinggi, Kinnear (2024) tidak menemukan perbedaan besar yang konsisten antara tugas menghasilkan contoh dan tugas klasifikasi dalam capaian lanjutan. Dengan demikian, manfaat diagnostik sebuah tugas perlu dibedakan dari klaim bahwa tugas tersebut dengan sendirinya lebih efektif meningkatkan hasil belajar.

Dalam aljabar sekolah, perhatian terhadap bentuk simbolis sangat relevan karena keanggotaan konsep bergantung pada hubungan antarsimbol. Angka nol sebagai koefisien x^2 berbeda fungsinya dari nol pada ruas kanan persamaan. Keberadaan x^2 juga tidak cukup untuk menetapkan suatu bentuk sebagai persamaan kuadrat jika masih terdapat suku x^3 yang tidak hilang setelah penyederhanaan. Penelitian Lenz et al. (2020) menegaskan perlunya operasionalisasi yang jelas ketika mengukur pengetahuan konseptual. Sejalan dengan itu, keputusan klasifikasi dan alasan yang diberikan perlu diperlakukan sebagai bukti yang saling melengkapi, bukan sebagai ukuran yang otomatis dapat dipertukarkan. Dengan demikian, kualitas alasan perlu diperiksa melalui penggunaan syarat konsep pada bentuk yang berbeda. Penelitian ini menggunakan tugas klasifikasi dan pembentukan contoh untuk melihat hubungan tersebut pada respons individual, sehingga interpretasi berangkat dari apa yang ditulis dan dijelaskan peserta.

Penelitian ini bertujuan mengungkap pemahaman konsep matematika melalui cara peserta didik mengklasifikasikan, menjelaskan, dan menghasilkan contoh serta bukan contoh persamaan kuadrat. Pertanyaan penelitian diarahkan pada ciri yang digunakan peserta didik untuk menetapkan keanggotaan konsep, kesesuaian alasan dengan definisi matematis, dan konsistensi pemahaman antara tugas klasifikasi dan pembentukan contoh. Kontribusi penelitian terletak pada penjelasan tentang bagaimana ketiga aktivitas tersebut saling melengkapi sebagai bukti pemahaman, termasuk ketika jawaban yang benar belum didukung alasan yang tepat.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif untuk mengungkap pemahaman konsep persamaan kuadrat melalui jawaban tertulis dan penjelasan lisan peserta didik. Data primer dikumpulkan oleh tim penelitian melalui tugas tertulis dan wawancara semi terstruktur pada tahun ajaran 2024/2025 di salah satu SMP Negeri di Makassar. Fokus kajian ialah makna yang ditunjukkan peserta dalam memilih, menjelaskan, dan membentuk contoh serta bukan contoh. Analisis menggunakan model interaktif Miles et al. (2014) untuk menelaah hubungan antara respons peserta, alasan yang digunakan, dan batas konsep yang dipahami.

Pemilihan kasus untuk analisis mendalam menggunakan *nonprobability sampling* berupa *purposive sampling*. Pemilihan secara purposif diarahkan pada kasus yang menyediakan informasi

relevan dengan pertanyaan penelitian (Moser & Korstjens, 2018). Dalam kajian ini, kriteria pemilihan kasus ialah peserta didik kelas IX yang telah mempelajari persamaan kuadrat serta memiliki jawaban tertulis dan transkrip wawancara tentang klasifikasi, alasan, dan pembentukan contoh serta bukan contoh. Empat kasus yang memenuhi kriteria tersebut dianalisis dan diberi kode S1, S2, S3, dan S4. Kriteria ini diterapkan pada pemilihan kasus dari data yang dikumpulkan tim. Setiap kasus dibaca secara mendalam melalui hubungan antara jawaban dan penjelasannya; jumlah empat kasus tidak digunakan sebagai bukti tercapainya kejenuhan data.

Tugas utama yang dianalisis ialah soal nomor 2, yang memuat 13 bentuk untuk diklasifikasikan sebagai contoh atau bukan contoh disertai alasan, dan soal nomor 3, yang meminta peserta menghasilkan contoh serta bukan contoh yang berbeda dari soal sebelumnya. Soal nomor 1 tentang bentuk umum digunakan sebagai informasi pendukung ketika menjelaskan penggunaan definisi. Ketiga soal yang dimaksud adalah sebagai berikut.

---

1. Bagaimanakah bentuk umum persamaan kuadrat yang Anda ketahui?

---

2. Perhatikan bentuk-bentuk berikut. Tentukan mana yang termasuk persamaan kuadrat dan mana yang bukan. Pilih CONTOH atau BUKAN CONTOH untuk setiap butir, kemudian jelaskan alasan pilihan Anda.

a) $x^2+5x+9=0$
b) $0x^2+x-5=0$
c) $x^2+1=0$
d) $x-6=0$
e) $x^2=20$
f) $\frac{1}{2}x^2+10x+\sqrt{4}=0$
g) $2x^2-5x=0$
h) $\sqrt{3}x^2-7x+11=0$
i) $x-6x^2=9$
j) $y^2+3x-7=0$
k) x^2-x-2
l) $x^3-x^2+1=0$
m) $3{,}5x^2-9{,}1x+4=0$

---

3. Buatlah minimal 5 contoh persamaan kuadrat dan bukan contoh persamaan kuadrat yang berbeda dengan soal pada nomor 2 di atas, serta berikan alasannya!

Gambar 1 Soal Tugas Penelitian

Cakupan matematis ditetapkan secara eksplisit sebagai persamaan kuadrat satu variabel dengan koefisien real, yaitu persamaan yang setelah penyederhanaan dapat ditulis sebagai $ax^2 + bx + c = 0$, dengan $a \neq 0$ dan $a, b, c \in \mathbb{R}$. Syarat ini tidak mewajibkan b atau c tidak sama dengan nol dan tidak mewajibkan adanya akar real.

Tabel 1 Variasi Stimulus dan Batas Konsep yang Diperiksa

Stimulus asli	Status dalam konsep sasaran	Ciri yang diperiksa
$x^2 + 5x + 9 = 0$	Contoh	Bentuk lengkap yang lazim
$0x^2 + x - 5 = 0; x - 6 = 0$	Bukan contoh	Koefisien kuadrat nol; derajat satu
$x^2 + 1 = 0;\ x^2 = 20; 2x^2 - 5x = 0$	Contoh	Suku linear atau konstanta boleh tidak muncul
$½x^2 + 10x + \sqrt{4} = 0; \sqrt{3}x^2 - 7x + 11 = 0; 3{,}5x^2 - 9{,}1x + 4 = 0$	Contoh	Koefisien real tidak terbatas pada bilangan bulat
$x - 6x^2 = 9$	Contoh	Urutan suku dan ruas dapat diubah
$y^2 + 3x - 7 = 0$	Bukan contoh satu variabel	Dua variabel dalam satu persamaan
$x^2 - x - 2$	Bukan contoh	Ekspresi tanpa relasi persamaan
$x^3 - x^2 + 1 = 0$	Bukan contoh	Derajat tertinggi tiga

Sumber: instrumen tugas penelitian; status setiap bentuk diperiksa berdasarkan definisi persamaan kuadrat satu variabel.

Tabel 1 memperlihatkan kriteria analisis matematis terhadap stimulus, bukan hasil jawaban peserta. Penetapan cakupan satu variabel diperlukan karena $y^2 + 3x - 7 = 0$ merupakan persamaan polinomial berderajat dua dalam dua variabel. Bentuk tersebut berada di luar konsep sasaran instrumen, tetapi tidak tepat disebut bukan persamaan berderajat dua dalam segala pengertian. Ketepatan klasifikasi dalam artikel ini selalu merujuk pada cakupan konsep sasaran tersebut.

Pengumpulan data diawali dengan pengerjaan tugas tertulis. Wawancara semi terstruktur dilakukan sesudahnya untuk menggali alasan di balik pilihan dan contoh yang ditulis peserta. Pertanyaan mencakup bentuk umum, syarat keanggotaan konsep, dasar penerimaan atau penolakan suatu bentuk, serta alasan menghasilkan contoh dan bukan contoh. Pertanyaan lanjutan disesuaikan dengan respons peserta. Data yang dianalisis berupa jawaban tertulis dan transkrip wawancara. Unit analisisnya adalah episode jawaban–alasan pada suatu tugas, yang dibaca dalam konteks respons peserta secara keseluruhan.

Analisis mengikuti model interaktif Miles et al. (2014), yaitu kondensasi data, penyajian data, serta penarikan dan verifikasi kesimpulan. Ketiga kegiatan dilakukan secara berulang selama pembacaan data. Pada kondensasi, respons yang berkaitan dengan klasifikasi, alasan, dan pembentukan contoh dipilih serta diberi penanda peserta dan tugas. Kode awal, seperti "angka pada bentuk umum tidak boleh berubah", "nol di awal atau akhir", "tanpa tanda sama dengan", dan "syarat $a \neq 0$", digunakan untuk membedakan ciri yang dirujuk peserta. Kode yang berkaitan kemudian dikelompokkan menjadi pola pemahaman. Respons benar dipertahankan sebagai bukti penyeimbang terhadap respons yang keliru.

Pada penyajian data, episode disusun dalam matriks yang menghubungkan peserta, tugas, bukti respons, dan interpretasi matematis. Penyajian ini memungkinkan pembacaan hubungan antara keputusan dan alasannya, serta perbandingan antara respons klasifikasi dan contoh buatan peserta yang sama. Ringkasan matriks disajikan pada Tabel 2; uraian hasil mempertahankan konteks respons yang diperlukan untuk menilai interpretasinya.

Pada penarikan dan verifikasi kesimpulan, pola diperiksa kembali terhadap jawaban tertulis, transkrip, dan definisi persamaan kuadrat. Bukti yang berlawanan digunakan untuk membatasi kesimpulan. Sebagai contoh, S2 menyebut syarat koefisien utama tidak nol tetapi menerima ekspresi tanpa tanda sama dengan; kombinasi ini ditafsirkan sebagai penerapan syarat yang belum konsisten. Keberadaan contoh benar pada jawaban S4 juga membatasi penafsiran bahwa peserta sama sekali tidak dapat menghasilkan contoh. Kesimpulan dirumuskan berdasarkan konsistensi dan pertentangan antarbukti tersebut.

Ketepatan setiap bentuk diperiksa berdasarkan definisi matematis dan alasan yang dikemukakan peserta. Pemeriksaan menemukan bahwa $x^2 - 2 = 0$ keliru ditempatkan sebagai bukan contoh dalam pedoman tugas pembentukan contoh. Untuk menjaga ketepatan interpretasi, setiap bentuk yang ditulis atau diucapkan peserta diperiksa langsung terhadap syarat persamaan kuadrat satu variabel.

Tidak tersedia bukti bahwa peserta melihat pedoman jawaban; kemiripan respons dengan pedoman tidak digunakan untuk menyimpulkan penyebab kesalahan.

Kredibilitas temuan diperiksa melalui triangulasi teknik dengan membandingkan jawaban tertulis dan hasil wawancara peserta yang sama. Perbedaan antara keduanya dipertahankan sebagai temuan yang perlu dijelaskan, bukan dipaksakan menjadi kesesuaian. Penelusuran bukti menggunakan kode peserta dan jenis tugas, disertai pemeriksaan kembali terhadap definisi matematis. Analisis tidak mengklaim kejenuhan data, kesepakatan antarpengode independen, atau konfirmasi lanjutan kepada peserta. Persetujuan lisan untuk mengikuti wawancara tercatat dalam transkrip, dan identitas peserta disamarkan dalam penyajian hasil.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis jawaban tertulis dan wawancara memperlihatkan tiga pola yang saling berkaitan: keterikatan pada tampilan simbolis yang dikenal, ketepatan klasifikasi yang belum selalu ditopang alasan memadai, serta ketidakkonsistenan antara pengenalan dan pembentukan contoh. Pola tersebut tidak digunakan untuk memberi label kemampuan tetap kepada peserta. Satu peserta dapat menggunakan syarat yang benar pada suatu tugas, tetapi belum menerapkannya secara konsisten pada tugas lain. Oleh karena itu, hasil disajikan melalui episode jawaban–alasan dan diperiksa bersama bukti yang mendukung maupun membatasi penafsirannya.

Citra Konsep yang Terikat pada Tampilan Simbolis

Ketergantungan pada contoh tertentu tampak pada S4 ketika diminta menjelaskan bentuk umum persamaan kuadrat. Ia menyebut $x^2 + 5x + 9 = 0$ dan kemudian mengatakan bahwa angka 9 dan 5 tidak dapat berubah. Respons ini menunjukkan bahwa sebuah anggota kelas diperlakukan seperti bentuk yang menentukan seluruh kelas. Pada S2, keterikatan terhadap tampilan muncul melalui pernyataan, "Saya lihat dari bentuk umumnya saja kak," disertai penjelasan bahwa perubahan kecil dapat membuat suatu bentuk dianggap bukan contoh. Kedua respons berbeda tingkat ketepatannya, tetapi sama-sama memperlihatkan pentingnya bentuk yang dikenal dalam keputusan peserta.

Pada S1 dan S3, keberadaan suku berpangkat dua digunakan bersama istilah "dua variabel" dan "linear" tanpa pemaknaan yang sesuai. Dalam membahas $x^2 - x - 2$, S3 menerima bentuk tersebut sebagai contoh walaupun tidak terdapat tanda sama dengan. Ia menyebut x^2 dan x sebagai dua variabel serta menyebut 2 sebagai linear. Bentuk tersebut memang merupakan ekspresi polinomial kuadrat, tetapi belum menjadi persamaan. Dengan demikian, kesalahan peserta tidak cukup dijelaskan sebagai lupa rumus; terdapat pencampuran antara istilah untuk bagian suatu ekspresi dan syarat agar ekspresi menjadi persamaan.

Tabel 2 Episode Jawaban dan Interpretasi Batas Konsep

Kasus dan tugas	Bukti respons	Interpretasi matematis
S4, bentuk umum	Angka 5 dan 9 pada $x^2 + 5x + 9 = 0$ dianggap tidak dapat berubah.	Satu contoh diperlakukan sebagai bentuk tetap konsep.
S1 dan S4, klasifikasi	Penolakan dikaitkan dengan adanya nol di awal atau akhir.	Fungsi koefisien nol belum dibedakan dari nol pada ruas kanan.
S2, klasifikasi	$0x^2 + x - 5 = 0$ ditolak dengan menyebut $a \neq 0$.	Penggunaan syarat yang tepat pada satu stimulus.
S2 dan S3, klasifikasi	$x^2 - x - 2$ diterima sebagai contoh.	Batas ekspresi dan persamaan belum digunakan secara konsisten.
S3, pembentukan contoh	$y^3 + 3x - 6 = 0$ disebut contoh persamaan kuadrat.	Derajat dan jumlah variabel tidak sesuai dengan konsep sasaran.
S1, pembentukan contoh	$x^2 = 10$ ditempatkan sebagai bukan contoh.	Bentuk kuadrat yang tidak lengkap secara tampilan ditolak.

Sumber: jawaban tertulis dan wawancara S1–S4. Bukti pada tabel merupakan ringkasan respons, bukan kutipan verbatim.

Tabel 2 memperlihatkan bahwa masalah klasifikasi terletak pada pemilihan ciri yang diberi fungsi menentukan. Ciri seperti keberadaan huruf x, letak angka nol, atau tampilan pangkat dapat terlihat menonjol, tetapi tidak selalu menentukan keanggotaan konsep. Kerangka Tall dan Vinner (1981) membantu membaca respons tersebut sebagai kemungkinan ketidakselarasan antara citra konsep yang terbangkitkan dan definisi formal. Penafsiran ini tidak berarti semua pengetahuan peserta telah terungkap; yang dapat diamati ialah ciri yang dipakai pada episode tertentu.

Temuan ini memiliki kesesuaian konseptual dengan kajian Braithwaite dan Siegler (2018), yang menunjukkan bahwa peserta didik dapat membangun asosiasi antara ciri soal dan operasi dari pola yang mereka jumpai. Penelitian tersebut membahas aritmetika pecahan, sehingga tidak digunakan sebagai bukti penyebab kesalahan aljabar pada peserta penelitian ini. Relevansinya terletak pada kemungkinan bahwa ciri yang sering beriringan dengan suatu konsep diperlakukan sebagai syarat konsep itu sendiri. Dalam data sekarang, pernyataan S4 tentang angka 5 dan 9 menyediakan contoh konkret mengenai pembatasan yang tidak termasuk dalam definisi persamaan kuadrat.

Keputusan yang Tepat Dapat Ditopang Alasan yang Tidak Memadai

S1 dan S4 menolak $0x^2 + x - 5 = 0$ dengan merujuk pada adanya nol di awal. Keputusan menolak bentuk tersebut sesuai dengan konsep sasaran karena koefisien kuadratnya nol. Namun, alasan berbasis posisi nol menjadi bermasalah ketika digunakan untuk menolak bentuk yang memiliki nol di ruas kanan. S4, misalnya, menolak $\sqrt{3}x^2 - 7x + 11 = 0$ karena terdapat nilai nol pada bagian akhir. Nol pada ruas kanan tidak meniadakan suku kuadrat; persamaan itu mempunyai koefisien utama $\sqrt{3} \neq 0$. Jadi, kecocokan satu keputusan dengan kunci belum menunjukkan bahwa peserta memahami fungsi koefisien utama.

S2 menyediakan bukti yang lebih kuat pada stimulus $0x^2 + x - 5 = 0$. Ia menjelaskan bahwa bentuk itu lebih tepat disebut persamaan linear dan bahwa pada persamaan kuadrat a tidak sama dengan nol. Penjelasan ini menautkan simbol dengan syarat konsep. Meski demikian, pemahaman tersebut belum digunakan secara konsisten pada stimulus lain. S2 masih menerima $x^2 - x - 2$ sebagai persamaan kuadrat dan menjelaskannya melalui keberadaan bagian yang dianggap sebagai a, b, dan c. Pada $y^2 + 3x - 7 = 0$, penolakannya dikaitkan dengan anggapan bahwa bagian berpangkat dua harus menggunakan x, bukan dengan kebutuhan akan satu variabel.

Penolakan terhadap $y^2 + 3x - 7 = 0$ memang sesuai dengan batas satu variabel dalam instrumen, tetapi alasan bahwa hurufnya harus x tidak memadai. Persamaan $y^2 + 3y - 7 = 0$, sebagai ilustrasi analitis dan bukan stimulus tambahan yang diberikan kepada peserta, tetap merupakan persamaan kuadrat satu variabel. Perbandingan ini memperlihatkan mengapa ketepatan keputusan perlu dipisahkan dari ketepatan aturan yang digunakan. Satu jawaban benar dapat lahir dari syarat yang tepat, aturan yang terlalu sempit, atau ciri yang kebetulan cocok pada stimulus tersebut.

Alcock dan Simpson (2017) menemukan hubungan antara aktivitas menjelaskan makna dan klasifikasi yang konsisten dengan definisi. Data artikel ini memperjelas hubungan tersebut pada aljabar sekolah: ketika alasan hanya menunjuk tampilan, keputusan dapat berubah pada bentuk lain yang secara matematis setara. Sementara itu, penelitian Buchbinder dan McCrone (2023) tentang peran contoh dalam pembuktian menempatkan pengetahuan mengenai fungsi contoh sebagai sasaran pembelajaran yang perlu dikembangkan secara eksplisit. Kedua konteks tidak identik, tetapi sama-sama mengingatkan bahwa keberhasilan pada objek tertentu belum cukup untuk memastikan pemahaman atas alasan yang berlaku lebih umum.

Pembentukan Contoh Mengungkap Batas Pemahaman yang Tidak Tampak dari Pilihan Kategori

Tugas menghasilkan contoh memberikan informasi tambahan karena peserta perlu memilih sendiri bentuk yang memenuhi syarat. Pada jawaban tertulis S1, terdapat contoh benar seperti $x^2 + 7x + 9 = 0$, tetapi juga bentuk $x^3 - x^2 + 3 = 0$ yang dimasukkan ke kelompok contoh. Sebaliknya, $x^2 = 10$ ditulis pada kelompok bukan contoh. Kedua respons terakhir menunjukkan bahwa kehadiran x^2 dapat dianggap cukup meskipun derajat tertinggi tiga, sementara persamaan kuadrat tanpa suku linear dapat ditolak. Pola ini memperlihatkan batas konsep yang belum konsisten pada produksi mandiri.

S1 juga menyebut $2x^2 - 5x = 0$ sebagai contoh ketika diwawancarai. Bentuk itu benar secara matematis, tetapi sudah tersedia pada soal nomor 2g. Oleh karena itu, respons tersebut memenuhi ketepatan keanggotaan konsep, tetapi tidak memenuhi tuntutan menghasilkan contoh yang berbeda dari stimulus sebelumnya. Pemisahan antara ketepatan dan kebaruan penting agar keberhasilan tidak dibesar-besarkan maupun diabaikan. Menghasilkan ulang contoh yang diketahui masih memberikan bukti pengenalan, tetapi belum menunjukkan keluasan variasi yang dapat dibangun peserta.

S3 menyebut $y^3 + 3x - 6 = 0$ sebagai contoh persamaan kuadrat. Bentuk itu tidak memenuhi konsep sasaran karena mempunyai dua variabel dan derajat tertinggi tiga. Ketika ditanya apakah alasan yang diberikan sudah sesuai, ia menjawab "Sudah cocok". S4 mengakui bahwa bentuk yang ditulisnya berasal dari soal sebelumnya dan menyatakan tidak memiliki alasan. Akan tetapi, jawaban tertulis S4 juga memuat bentuk yang secara matematis benar pada kelompok contoh. Dengan demikian, kesulitannya tidak tepat dirangkum sebagai tidak memiliki satu pun contoh benar. Yang belum tampak ialah kontrol terhadap pemilihan, pengelompokan, dan pembenaran setiap bentuk.

S2 memperlihatkan sebagian kemampuan yang lebih berkembang melalui contoh seperti $x^2 + 7x + 7 = 0, 4x^2 + 2x - 3 = 0,$ dan $x^2 + x - 6 = 0$. Respons ini menunjukkan bahwa ia dapat mengubah koefisien dan menghasilkan anggota konsep yang sah. Namun, semua contoh tersebut masih mempertahankan tampilan persamaan tiga suku dengan ruas kanan nol. Pada wawancara klasifikasi, ia masih menerima ekspresi tanpa tanda sama dengan. Karena itu, keberhasilan menghasilkan beberapa contoh benar tidak digunakan untuk menyimpulkan bahwa seluruh syarat konsep telah dikuasai.

Perbedaan antara produk yang benar, alasan yang tepat, dan variasi yang dihasilkan mendukung penggunaan tugas contoh sebagai alat diagnosis. Kinnear (2024) menunjukkan bahwa menghasilkan contoh tidak secara konsisten lebih unggul daripada mengklasifikasikan untuk capaian lanjutan. Hasil artikel ini tidak bertentangan dengan temuan tersebut karena tidak menguji peningkatan belajar; tugas generasi digunakan untuk memperoleh jenis bukti yang berbeda. Kinnear et al. (2025) dan Fahlgren et al. (2024) juga mengingatkan bahwa ruang contoh yang teramati berkaitan dengan format dan batas tugas. Oleh sebab itu, contoh yang terbatas tidak otomatis membuktikan bahwa peserta tidak mampu menghasilkan bentuk lain dalam kondisi berbeda.

Implikasi bagi Asesmen dan Pembelajaran

Temuan mengarah pada asesmen yang mencatat sekurang-kurangnya tiga unsur secara terpisah: ketepatan klasifikasi, kualitas alasan, dan kemampuan membentuk variasi yang sesuai. Ketika seorang peserta menolak $0x^2 + x - 5 = 0$ dengan alasan "nol di awal", guru masih perlu meminta penjelasan tentang peran koefisien x^2. Ketika peserta menghasilkan contoh yang sah, guru dapat meminta perubahan terarah untuk memeriksa apakah syarat konsep tetap dipertahankan. Rekomendasi tersebut merupakan implikasi analitis, bukan intervensi yang telah diuji dalam penelitian ini.

Variasi dapat diarahkan pada satu ciri yang penting sambil mempertahankan ciri lain. Sebagai rancangan lanjutan, pasangan $x^2 + 3x + 2 = 0$ dan $0x^2 + 3x + 2 = 0$ dapat memusatkan perhatian pada koefisien utama. Pasangan $x^2 + 3x + 2$ dan $x^2 + 3x + 2 = 0$ dapat membedakan ekspresi dan persamaan. Adapun $x^2 + 3x + 2 = 0$, $x^2 + 2 = 0$, dan $x^2 = -2$ dapat digunakan untuk membahas variasi bentuk yang tetap berada dalam konsep yang sama. Ilustrasi ini bukan data tambahan peserta. Penggunaan variasi terarah memiliki titik temu dengan penelitian Olteanu (2018) mengenai pemilihan contoh untuk menampakkan aspek pembelajaran yang penting.

Bukan contoh juga perlu disertai penjelasan tentang syarat yang dilanggar. Avcu (2024) menemukan penggunaan bukan contoh yang terbatas dan kualitas penjelasan yang rendah pada empat guru dalam pembelajaran bilangan rasional. Temuan itu tidak dapat dipindahkan langsung sebagai penilaian terhadap guru peserta penelitian ini, karena tidak tersedia observasi pengajarannya. Namun, penelitian tersebut membantu menegaskan bahwa frekuensi penyajian contoh saja belum menjamin kejelasan batas konsep. Popper dan Yerushalmy (2022) memberi dukungan bagi penggunaan karakteristik contoh yang dihasilkan peserta sebagai informasi untuk menentukan respons pengajaran.

Perbaikan pembelajaran sebaiknya juga tidak dibatasi pada perubahan tampilan penyajian. Smith et al. (2022) menemukan peningkatan setelah peserta mempelajari contoh penyelesaian aljabar, tetapi tidak menemukan perbedaan signifikan antarkondisi format penyajian yang dibandingkan. Trninic et al. (2020) menunjukkan bahwa perbaikan rancangan contoh konkret dapat mengubah hasil perbandingan dengan contoh abstrak. Kedua penelitian tersebut berkenaan dengan pembelajaran dari contoh, sedangkan

artikel ini berkenaan dengan diagnosis. Relevansinya ialah perlunya memperhatikan rancangan dan tujuan contoh secara spesifik sebelum menyatakan satu bentuk penyajian lebih baik secara umum.

Penelitian ini terbatas pada empat kasus di satu sekolah dan tugas persamaan kuadrat satu variabel. Pemilihan kasus secara purposif memungkinkan penelaahan mendalam atas jawaban tertulis dan wawancara yang relevan, tetapi tidak menjamin seluruh variasi pemahaman telah tercakup. Kejenuhan data tidak diklaim. Beberapa pertanyaan wawancara bersifat mengarahkan; persetujuan singkat peserta karena itu ditafsirkan bersama bukti respons lainnya. Kekeliruan pada pedoman tugas ditangani dengan pemeriksaan langsung terhadap definisi, tetapi keterbatasan instrumen tetap perlu diperhatikan. Temuan menjelaskan pemahaman yang terungkap pada tugas dan konteks tersebut; penerapannya pada konteks lain perlu mempertimbangkan kesamaan materi, karakteristik peserta, dan tuntutan tugas.

KESIMPULAN

Contoh dan bukan contoh mengungkap pemahaman konsep matematika melalui hubungan antara keputusan klasifikasi, alasan, dan bentuk yang dihasilkan peserta didik. Analisis empat kasus menunjukkan bahwa ciri tampilan dapat diperlakukan sebagai syarat konsep, keputusan yang tepat dapat disertai alasan yang belum memadai, dan keberhasilan menghasilkan beberapa contoh yang sah belum menjamin konsistensi penggunaan definisi. Respons yang lebih tepat, seperti penjelasan tentang koefisien utama yang tidak nol, menunjukkan adanya pemahaman parsial yang perlu dibaca bersama respons lain. Asesmen karena itu perlu memeriksa ketepatan jawaban, kualitas alasan, dan variasi contoh secara bersamaan. Pembandingan contoh dan bukan contoh yang berbeda pada ciri tertentu dapat menjadi arah pengembangan pembelajaran, tetapi efektivitasnya masih memerlukan pengujian. Kesimpulan ini berlaku pada pemahaman yang terungkap dalam kasus dan tugas yang diteliti.

DAFTAR PUSTAKA

Alcock, L., & Simpson, A. (2017). Interactions between defining, explaining and classifying: The case of increasing and decreasing sequences. *Educational Studies in Mathematics*, *94*(1), 5–19. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9709-4

Avcu, R. (2024). Middle-school mathematics teachers' provision of non-examples and explanations in rational number instruction. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *55*(6), 1391–1419. https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2105759

Braithwaite, D. W., & Siegler, R. S. (2018). Children learn spurious associations in their math textbooks: Examples from fraction arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *44*(11), 1765–1777. https://doi.org/10.1037/xlm0000546

Buchbinder, O., & McCrone, S. (2023). Preparing prospective secondary teachers to teach mathematical reasoning and proof: The case of the role of examples in proving. *ZDM – Mathematics Education*, *55*(4), 779–792. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01493-4

Fahlgren, M., Barana, A., Brunström, M., Conte, M. M., Roman, F., Sacchet, M., Vinerean, M., & Wondmagegne, Y. (2024). Example-generation tasks for computer-aided assessment in university mathematics education: Insights from a study conducted in two educational contexts. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *10*(3), 732–753. https://doi.org/10.1007/s40753-024-00252-4

Fujita, T., Doney, J., & Wegerif, R. (2019). Students' collaborative decision-making processes in defining and classifying quadrilaterals: A semiotic/dialogic approach. *Educational Studies in Mathematics*, *101*(3), 341–356. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09892-9

Kinnear, G. (2024). Comparing example generation with classification in the learning of new mathematics concepts. *Research in Mathematics Education*, *26*(1), 109–132. https://doi.org/10.1080/14794802.2022.2152086

Kinnear, G., Iannone, P., & Davies, B. (2025). Student approaches to generating mathematical examples: Comparing e-assessment and paper-based tasks. *Educational Studies in Mathematics*, *119*(2), 179–201. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10361-1

Lenz, K., Dreher, A., Holzäpfel, L., & Wittmann, G. (2020). Are conceptual knowledge and procedural knowledge empirically separable? The case of fractions. *British Journal of Educational Psychology*, *90*(3), 809–829. https://doi.org/10.1111/bjep.12333

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). SAGE Publications.

Moser, A., & Korstjens, I. (2018). Series: Practical guidance to qualitative research. Part 3: Sampling, data collection and analysis. *European Journal of General Practice*, *24*(1), 9–18. https://doi.org/10.1080/13814788.2017.1375091

Olteanu, C. (2018). Designing examples to create variation patterns in teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *49*(8), 1219–1234. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1447151

Popper, P., & Yerushalmy, M. (2022). Online example-based assessment as a resource for teaching about quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, *110*(1), 83–100. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10109-1

Smith, H., Closser, A. H., Ottmar, E., & Chan, J. Y.-C. (2022). The impact of algebra worked example presentations on student learning. *Applied Cognitive Psychology*, *36*(2), 363–377. https://doi.org/10.1002/acp.3925

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(2), 151–169. https://doi.org/10.1007/BF00305619

Trninic, D., Kapur, M., & Sinha, T. (2020). The disappearing "advantage of abstract examples in learning math." *Cognitive Science*, *44*(7), e12851. https://doi.org/10.1111/cogs.12851

Zaslavsky, O. (2019). There is more to examples than meets the eye: Thinking with and through mathematical examples in different settings. *The Journal of Mathematical Behavior*, *53*, 245–255. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.10.001